美和技術學院學報　第二十五卷第一期　民國九十五年
Journal of Meiho Institute of Technology,Vol.25 No.1 pp.1~12

封閉型 IS-LM 的一般理論：財金政策效果與斜率大小之關係

洪墩謨*

摘要

在 IS-LM 架構中，財政（貨幣）政策的有效性跟 LM（IS）曲線的陡平關係，簡單明瞭、無可挑剔，但財政（貨幣）政策跟 IS（LM）的斜率大小關係如何，一般總經論述常有錯誤，如 Peterson(1986)，Bogan(1987)與 Dornbusch(1998)等人的大著。

Hong(1979)，Findlay(1999)與 Revier(2000)等曾先後爲文指出其誤導原因出在未經指明造成 IS 或 LM 曲線斜率大小之因子究爲何者所致。唯於一般情況，IS 或 LM 曲線之陡平並非單純僅由所得或利率單一因子所造成，而是由所得及利率兩者之某種融合之結果。因此前說之改正只能算是一種特殊論，故有必要再予一般化之，用以增強其應用性。

本文目的在於建立，到底所得與利率兩因子要結合到什麼程度，才能讓我們明確判別 IS-LM 曲線斜率與財金政策效果之大小關係的定理。

關鍵詞：封閉型 IS-LM 模式、財金政策、水平與垂直移動法

* 美和技術學院財政稅務系教授，本文於民國 90 年 10 月發表於中央研究院經濟研究所的紀念刑慕寰院士---經濟發展研討會上。

壹、前言

財金政策在 IS-LM 的架構中，其所得效果之大小跟 IS-LM 曲線的斜率有關。如表 1 所示，財政政策(Fiscal policy，簡稱 FP)在 LM 曲線較陡時，有較小的效果；貨幣政策(Monetary policy，簡稱 MP)在 IS 曲線較陡時，有較小的效果，非常清楚。但，貨幣政策在 LM 曲線較陡時，還有財政政策在 IS 較陡時，各該政策效果之大小，除非知道決定斜率大小的原因是在所得或利率因子，否則是不明確的(見表 1 及圖 1、圖 2)。作者曾建立水平及垂直移動法去回答過這個問題：亦即當 LM 斜率之所以不同，原因出在利率而非所得因子時，較陡的 LM 有較大的 MP 效果，但所得而非利率因子才是造成 LM 斜率不同時，較平坦的 LM 才有較大 MP 效果，餘類推，(詳見表 2 及圖 3 至圖 6)。

然在一般狀況下，IS-LM 斜率之所以不同，再單純化也會涉及所得與利率兩因子，不可能只有一個因子在發揮作用。到底所得因子與利率因子要同時綜合影響到什麼程度，才能讓我們明確判別 IS-LM 曲線斜率與財金政策效果的大小關係呢？本文即在延伸前此研究成果---特殊論---把它推廣爲一般情況。並模仿 J.M. Keynes 將古典學派之充分就業前提，擴展到未充分就業亦可活用之議題，稱爲一般理論。

表 1　斜率與政策效果之關係

政策 斜率	政策效果的大小	
	FP	MP
IS，如斜率較大	(A)?	(B)較小
LM，如斜率較大	(C)較小	(D)？

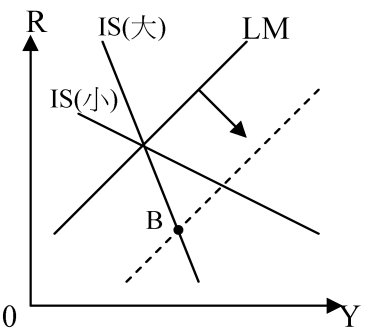


圖 1　IS 斜率不同之下的金融政策

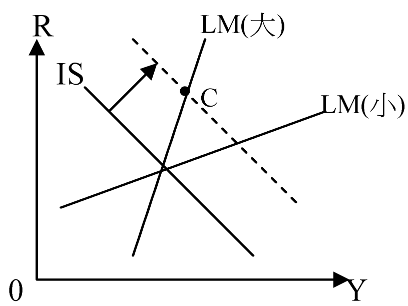


圖 2　LM 斜率不同之下的財政政策

表 2　斜率與政策效果的關係

政策 斜率	政策效果的大小	
	FP	MP
IS 較陡	(A)：(A1)所得因子時，較小 (A2) 利 率 因 子時，較大	(B)較小
LM 較陡	(C)較小	(D)：(D1)所得因子時，較小 (D2) 利 率 因 子時，較大

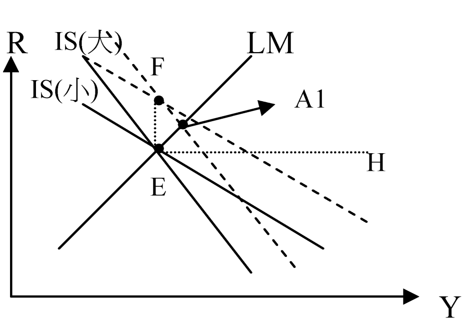


圖 3　IS 曲線的垂直移動法

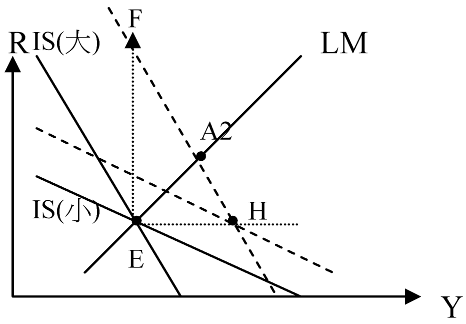


圖 4　IS 曲線的水平移動法

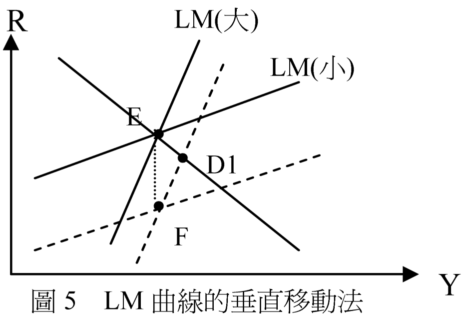


圖 5　LM 曲線的垂直移動法

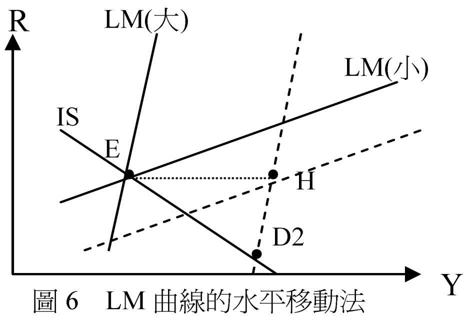


圖 6　LM 曲線的水平移動法

貳、問題之設定

在封閉經濟體中，假定物價不變，則經簡化後，直線式的 IS 與 LM 方程式及其斜率可表如下：

方程式	斜率 dR/dY	符號
$IS: G = bY + aR$	$-b/a$	內生變數 Y：國民所得
$LM_1: M = k_1Y - f_1R$	k_1/f_1	R：利率
$LM_2: M = k_2Y - f_2R$	k_2/f_2	外生變數 G：政府支出
		M：貨幣供給
		參數：b, a, k_1, f_1, k_2, f_2 爲正的常數
		b, k_1與k_2稱所得因子
		a, f_1與f_2稱利率因子

設若 LM_1 比 LM_2 陡峭，則 $k_1/f_1 > k_2/f_2$ 或 $k_1f_2 - k_2f_1 > 0$ 等等爲參數值的限制條件。

試問貨幣政策(dY/dM)在較陡的 LM_1 或較平坦 LM_2 有比較大的效果？答案是不確定，因兩者都可能，可能比較大也可能比較小，端視上列參數所組合而成之 F 值或 H 值(第 3、4 節)之大小如何而定。

從圖形言之，這還要看貨幣供給增加之前與之後兩交點連結線之斜率比 IS 曲線之斜率較大或較小而定。

參、數學分析：F 判式

茲先從 IS 與 LM_1 求其交點的 Y 值：$Y_1 = \frac{Gf_{1.} + aM}{bf_1 + ak_1}$，得 $\frac{dY_1}{dM} = \frac{a}{bf_1 + ak_1}$；

再從 IS 與 LM_2 求其交點的 Y 值：$Y_2 = \frac{Gf_{2.} + aM}{bf_2 + ak_2}$，得 $\frac{dY_2}{dM} = \frac{a}{bf_2 + ak_2}$。

令 $F = \frac{dY_{1.}/dM}{dY_2/dM} = \frac{bf_2 + ak_2}{bf_1 + ak_1}$ 爲判式，則 F>1 表示較陡的 LM_1，有較大的 MP(Monetary Policy)效果。

由判式 F 可知：哪一 LM 有較大的 MP 決定在 IS-LM 的參數組合關係，亦即主要決定於 k_1 與 k_2 (所得因子)，及 f_1 與 f_2 (利率因子)的大小關係如何綜合而定。

因此，我們可以用表 3 的九個 cases 來分析，但因 cases(2)、(3)、(5)與(6)不符限制條件(證明於附錄 2)故須剔除，其他 cases 則分別研判如下：

case(1)，由 $f_1 > f_2$ 與 $k_1 > k_2$ 可推知，F 式分母大於分子，因此 F<1；

case(4)，由 $f_1 = f_2$ 與 $k_1 > k_2$ 可推知，F 式分母大於分子，因此 F<1；
但 case(1)的 F<1 比 case(4)的 F<1 要小得多，亦即 $F_1 < F_4 < 1$；
又 case(4)之 LM 的利率因子(f)相同，所得因子(k)不同，屬於引言所稱垂直移動法之特殊情況。

Case(9)，由 $f_1 < f_2$ 與 $k_1 < k_2$ 可推知，F 式分母小於分子，因此 F>1；

Case(8)，由 $f_1 < f_2$ 與 $k_1 = k_2$ 可推知，F 式分母小於分子，因此 F>1；
但 case(9)的 F>1 比 case(8)的 F>1 要大得多，亦即 $F_9 > F_8 > 1$，
在此 case(8)之 LM 的利率因子(f)不同，所得因子(k)相同，屬於引言所稱水平移動法之特殊情況。

Case(7)，由 $f_1 < f_2$ 與 $k_1 > k_2$ 可推知，F 值不確定，它既可大於亦可小於 1，端視 f_1 小於 f_2 小到什麼程度，k_1 大於 k_2 大到什麼程度以及 a 與 b 的大小關係而定，比較複雜，因此僅憑 F 式，無從判斷 LM_1 與 LM_2 的 MP 效果之大小，吾人必須另闢蹊徑尋求解套。

表 3　LM 曲線的所得因子(k_1、k_2)與利率因子(f_1、f_2)的可能組合

	$k_1 > k_2$	$k_1 = k_2$	$k_1 < k_2$
$f_1 > f_2$	(1) F<1 XZ 有正斜率	(2)	(3)
$f_1 = f_2$	(4) F<1 XZ 垂直	(5)	(6)
$f_1 < f_2$	(7)F<1 或 F>1？ XZ 有負斜率	(8) F>1 XZ 水平	(9) F>1 XZ 有正斜率

註：1.Case(2)、(3)、(5)與(6)跟前提條件不符，不必論述。
其矛盾現象證明在本文附錄 2。
2.Case(7)的 F 值大於 1 或小於 1 無法確定，需要進一步分析，結果請參表 4。

肆、圖解分析：H 判式

貨幣供給增大將使原相交點(設其為 X)的兩條斜率不同的 LM 曲線各平行右移後，再相交於某一點，設其為 Z，則 Z 只能出現在某一容許範圍(Permissible Zone)之中。以圖 7 言之，Z 必然處在 LM 曲線的右下方的陰影區內。若 Z 落在 IS 曲線上，則 XZ(X 與 Z 兩點連結的直線)的斜率，全等於 IS 的斜率 $-b/a$ ，此時的 LM1 與 LM2 的 MP 效果沒有大小之差別，即 F=1。但細析之：

當 $F = \dfrac{bf_2 + ak_2}{bf_1 + ak_1} = 1$ 時， $\dfrac{k_1 - k_2}{f_1 - f_2} = \dfrac{-b}{a}$

故可判知$H=\dfrac{k_1-k_2}{f_1-f_2}$爲 XZ 之斜率(另證於附錄 1)，因此：

Case(7)之一：若 Z 落在 Z_4 區，XZ 的斜率小於 IS 的斜率，即

$$H=\frac{k_1-k_2}{f_1-f_2}<\frac{-b}{a}$$

故　$F=\dfrac{bf_1+ak_2}{bf_1+ak_1}<1$，即 LM_1 的 MP 效果較小。

Case(7)之二：若 Z 落在 Z_3 區，XZ 的斜率大於 IS 的斜率，即

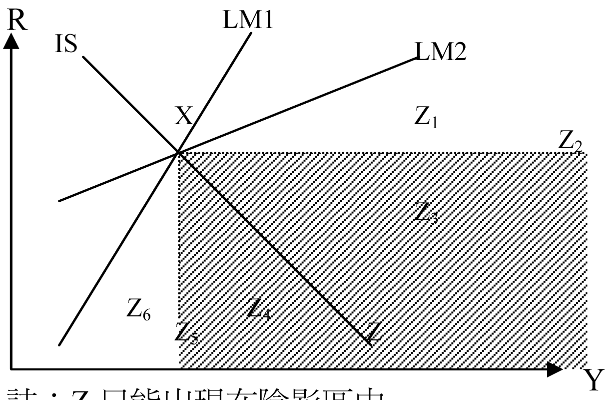
$$H=\frac{k_1-k_2}{f_1-f_2}>\frac{-b}{a}$$

故$F=\dfrac{bf_2+ak_2}{bf_1+ak_1}>1$，即 LM_1 的 MP 效果較大。將這些分析結果列入表 4 便可補全表 3 未完成的工作。

表 4　$k_1 > k_2$與$f_1 < f_2$的可能結果

Case(7)	$k_1 > k_2$
$f_1 < f_2$	Z3 區：XZ3 的$H > -b/a, F > 1$ IS 上：XZ 的$H = -b/a, F = 1$ Z4 區：XZ4 的$H < -b/a, F < 1$

註：本表乃表 3case(7)的進一步分析結果



註：Z 只能出現在陰影區中

圖 7　右移後的 LM 新交點 Z 可能出現的區域

4.1 判式 F 與 H 的共通性

以下繼續從判式 H 去觀察其他 cases：

Case(1)的 $f_1 > f_2$與$k_1 > k_2$(Z 落在 Z1 區)

因 XZ 有正斜率，H 當然大於 IS 的負斜率，即

$\dfrac{k_1 - k_2}{f_1 - f_2} > \dfrac{-b}{a}$，故 F<1

Case(4)的 $f_1 = f_2$與$k_1 > k_2$，(Z 落在 Z5 垂直線上)

因$f_1 = f_2$，H 式的分母為 0。XZ5 的斜率為無窮大，

故 F<1

Case(9)的 $f_1 < f_2$與$k_1 < k_2$(Z 落在 Z6 區)

因 XZ 有正斜率，H 當然大於 IS 的負斜率，即

$\dfrac{k_1 - k_2}{f_1 - f_2} > \dfrac{-b}{a}$，故 F>1

Case(8)的 $f_1 < f_2$與$k_1 = k_2$(Z 落在 Z2 水平線上)

因$k_1 = k_2$即 H 式的分子為 0，表示 XZ2 的斜率為 0，故 F>1

伍、判式 F 與 H 的涵義不同

以上我們證明了判式 F 與 H 是互可通用的事實，並且任一均可用來判斷 LM 曲線較陡者究竟有否較大的貨幣政策效果。雖然 F 式比 H 直接了當，簡單明瞭，但 H 式比 F 式較具經濟結構上意義。因 F 式涉及 LM 與 IS 的全部參數，加減乘除後的綜合效果，是否大於一，有如計量經濟學上歸納式(Reduced Form)的係數，經統計估測，結果只是一個統計數字而已，完全看不出先前一些行爲方程式(Behavior Equation)各係數的結構意義。但 H 式就很清楚表示，它是 LM1 與 LM2 的所得與利率因子之差比，跟 IS 的所得與利率因子之比的相對關係，當前者比後者越大時，較陡之 LM 便有較大的 MP 效果。其次，透過 H 式，我們可解決 case(7)用 F 式無法判知是否大(小)於 1 的困境，進一步，從 H 可以容易看出 case(7)的 $F>1$ 比 case(8)的 $F>1$，大得較少。因 case(7)的 $H<0$，而 case(8)的 $H=0$ 故也；同理 case(7)的 $F<1$ 比 case(4)的 $F<1$ 小得較少，如此一來我們便可據以建立如下的副次定理(Lemma)：有關 LM1 是否比 LM2 有較大的 MP 端視貨幣增加後，右移之新交點 Z 而定，當 Z 離 IS 越右者，其 F 值愈大於 1，即較陡峭的 LM1 愈具有 MP 效果；若 Z 離 IS 越左，則 F 值越小於 1，即較平坦的 LM2 反而越具 MP 效果。

上項結論，涉及貨幣政策跟 LM 之斜率的大小關係，顯然這已包括垂直與水平，即所得或利率因子單獨決定 LM 之斜率大小的 case(4)和 case(8)兩種特例。透過 F 式，輔助以 H 式，我們建立了以非唯垂直，非唯水平亦可判知的具有一般通用性的假說(Hypothesis)。類似結論亦可舉一反三，比照推廣到有關財政政策效果跟 IS 斜率大小的關係上，茲不贅述。

陸、結論

在 IS-LM 的模式中，對於兩條斜率不同的 IS 曲線，究竟是較陡的或者是較爲平坦的，才有較大的財政政策效果呢？特殊論所證明的是，當 IS 曲線較陡的原因在於利率(所得)因子，則有較大(小)的財政政策效果；同理，LM 曲線較陡時，若原因在於利率(所得)因子，則有較大(小)的貨幣政策效果。

然而，現實世界有關 IS-LM 曲線之陡平，決定因素不單是決定在利率或所得因子，通常是由兩者而綜合而成，因此有必要將特殊論推展爲一般論。沿此思考，本文首先提出 F 式以爲立論之判斷基礎，當力有未逮時，再補以 H 式尋找答案，終獲完全解決。我們的結論是：

當兩條 LM 的斜率不同時，兩條 LM 之所得因子的差額對利率因子的差額之比，如大(小)於 IS 的斜率(即所得因子與利率因子之比)，則較陡(平)的 LM 有較大(小)的貨幣政策效果。同理，我們亦可推論出斜率不同的 IS，其財政政策之大小跟 LM 斜率之關係。

參考文獻

中文

1、洪墩謨（1979）。IS-LM 的斜率與財金政策圖解法。**台灣經濟金融月刊**，15（4），pp, 1-12。

2、謝佳靜（2004）。IS-LM 的溯源與發展的迷思—理論的探究。國立中山大學經濟學研究所碩士在職專班碩士論文。

英文

1、Bogan , E & Kierman J. (1987). Macroeconomics *Theories & Applications*, West, U.S.A.

3、Dornbusch, R., S. Fischer, and R. Startz, 1998, Macroeconomics, 7th ed. Irwin/McGraw－Hill, U.S.A.

4、Findlay, D.W..(1999). The IS-LM Model：Is There a Connection between Slopes and the Effectiveness of Fiscal and Monetary Policy？. *Journal of Economic Education* 30（Fall）： 373－382 .

5、Peterson W.L., 1986, Principles of Economics, Macro. 6th ed. Irwin U.S.A.

6、Revier, C.F. (2000). Policy Effectiveness and the Slopes of IS and LM Curves：A Graphical Analysis. *Journal of Economic Education* 31：374－381 .

附　錄 1

已知 $LM_1 : M = k_1 Y - f_1 R$

$LM_2 : M = k_2 Y - f_2 R$

相交於 X，其座標值爲

$$Y = \frac{\begin{vmatrix} M & -f_1 \\ M & -f_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} k_1 & -M \\ k_2 & -M \end{vmatrix}} = \frac{-f_2 M + f_1 M}{-k_1 f_2 + k_2 f_1} = \left(\frac{f_1 - f_2}{k_2 f_1 - k_1 f_2} \right) M$$

$$R = \frac{\begin{vmatrix} k_1 & -M \\ k_2 & -M \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} k_1 & -f_1 \\ k_2 & -f_2 \end{vmatrix}} = \frac{k_1 M - k_2 M}{-k_1 f_2 + k_2 f_1} = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_2 f_1 - k_1 f_2} \right) M$$

故 $\dfrac{dR}{dY} = \dfrac{dR}{dM} \Big/ \dfrac{dY}{dM} = \dfrac{k_1 - k_2}{f_1 - f_2}$

即 $H = \dfrac{k_1 - k_2}{f_1 - f_2}$ 爲 XZ 之斜率。

另可証爲：由 LM_1 得 $dM = k_1 dY - f_1 dR$

由 LM_2 得 $dM = k_2 dY - f_2 dR$

得 $0 = (k_1 - k_2) dY - (f_1 - f_2) dR$

故 $\dfrac{dR}{dY} = \dfrac{k_1 - k_2}{f_1 - f_2}$

附錄 2 矛盾的 CASES

Case (2)--- $f_1 > f_2$ 與 $k_1 = k_2$

證：從限制條件：$k_1 f_2 > k_2 f_1$，知

$k_1 = k_2$ 時，$f_2 > f_1$，但這與上開前提 $f_1 > f_2$ 矛盾。

Case (3)--- $f_1 > f_2$ 與 $k_1 < k_2$

證：已知限制條件　爲 $k_1/k_2 > f_1/f_2$

如，$f_1 > f_2, k_1/k_2 > 1$，即 $k_1 > k_2$

這與上開前提 $k_1 < k_2$ 矛盾。

Case (5)--- $f_1 = f_2$ 與 $k_1 = k_2$

證：若然，$LM_1 = LM_2$，兩條 LM 曲線合而爲一，無所謂陡平之分，但已知條件是有差別的，故有矛盾。

Case (6)---　$f_1 = f_2$ 與 $k_1 < k_2$

證：已知 $k_1/k_2 > f_1/f_2$　，如 $f_1 = f_2$，則

$k_1/k_2 > f_1/f_2 = 1$，故 $k_1 > k_2$，但這與 $k_1 < k_2$ 矛盾。

General Theory of IS-LM Model: The Relation between slopes of IS-LM Curves and Effects of Fiscal and Monetary Policies

Don M. Hong*

Abstract

In the IS-LM framework, it is very clear that the impact of fiscal (monetary) policy is related to the slope of LM (IS) curve. However the effectiveness of fiscal (monetary) policy is not definitely affecting the degree of the slope of LM curve. Some of the macroeconomics textbooks such as Peterson's (1986), Bogan's (1987) and Dornbusch's (1998) et al. make misleading statements. Hong (1979), Findlay (1999) and Revier (2000) pointed out that the confusions came from that they did not specify out the exact reason why the IS or LM curve is steeper or flatter.

In general the slope of IS or LM is not simply caused by either the national income or the interest rate, but the combination of both of the two factors. Hence the above-mentioned correction is usually seen as an exception. We need to generalize the correction for better application along this line.

The purpose of the paper is to establish an appropriate theorem so that one can rely upon to make a judgment on the policy effectiveness when the two factors, national income and interest rate, are intertwined and become the common determinants of the IS-LM curves.

Keywords: Closed IS-LM Model, Fiscal and Monetary Policy, Horizontal and Vertical Shifting Method

* Professor, Department of Public Finance Meiho Institute of Technology