美和技術學院學報　第二十七卷第一期　民國九十七年
Journal of Meiho Institute of Technology, Vol.27 No.1 pp.1~18

折現收益之完全預購商品的供貨訂價策略及週期控制

蔡福建*

摘要

本研究是聚焦在完全預購商品的訂價策略及週期性供貨，其中供貨的週期長度及在預購期間每一個時點之商品的價格水準皆為決策變數。當一位顧客在商品預購期間的某時點進入一個完全預購的商店，且對當時點之商品的售價水準表明其需求意願時，商品供應商將會告訴他，必須等待一段時間之後才能取得該商品。本研究假設：(1)潛在顧客對於商品的需求率是當時點之價格水準的線性遞減函數；(2)顧客願意訂購的比率是等待取貨之時間長度的指數遞減函數；(3)完全預購商店對於顧客在每一個時點之預購的收益採取折現處理（考慮連續複利之未來值）。基於上述的假設，本研究建立一個可具體討論的數學模式。如何決定出預購商品之最佳供貨週期長度及預購期間每一個時點之最佳價格水準，才能使完全預購商店在此預購期間之單位時間利潤為最大，則為本研究的主要內容。此外，本研究更進一步探討所得到的最佳解之特性，以提供行銷實務之運作參考。

關鍵字：完全預購、供貨訂價策略、折現收益、週期控制

---

*美和技術學院企業管理系專任講師

壹、 前言

所謂「完全缺貨」係指顧客在發生購買商品之行為時，該商店完全沒有該類商品可資供應。Chen & Wu (1995)將顧客在完全缺貨期間對於商品的訂購行為，稱為「完全預購（complete pre-ordered）」；而該類型的商品，稱為「完全預購商品」；販售該類型商品的商店，稱為「完全預購商店」。完全缺貨在許多商品的行銷實務上，是經常出現的問題。這類型的商品，有的是新產品的推出預告、有的是季節性商品、有的是具有特定時效之商品。完全預購商店為了能做好商品之數量的管控或銷售目標的達成，經常會採取預購的策略。當商品是具有特定性及時效性時（如病毒疫苗等），販售此類的商品，能事先做好數量的預估及管控是相當重要的；因為進貨（或生產）過多或過少，都將造成商家的損失。另外，有些商品雖然不具時效性，但完全預購商店為了能提早達到預期的銷售目標或數量控制，也經常會採取預購的策略，如旅行社的出團、補習班的開課、新籌設公司的成立、新建房屋的推出、雜誌的發行、特殊習俗或季節性的需求等。

對於存貨決策者，在缺貨期間將會面對各種不同情況的允許缺貨，這些缺貨情況雖然可以建構出不同的供貨模式；然而，以往在建構這類的模式時，對於在缺貨期間的所有需求，有些都是僅假設其為「來日交貨」的訂單或都是「永遠流失」(Maxwell & Muckstadt, 1985; Silver, 1981; Tinarelli, 1983)；另外一些則是較具有彈性的假設有一定的比率b是「來日交貨」的訂單，其餘的比率$(1-b)$是「永遠流失」，其中$0<b<1$(Caine & Plaut, 1976; Montgomery, Bazaraa & Keswani, 1973)。雖然以一個固定比率的方式來描述顧客在缺貨期間對商品的訂購行為是一種改進；然而，對於在缺貨期間願意延緩交貨之顧客比率的處理，Chen & Wu (1995)認為該處理程序過於簡化，且該假設必須要加以改進。他們認為顧客在缺貨期間的訂購比率應為「須等待取貨之時間長度」的函數；當必須等待取貨的時間長度愈長時，則顧客訂購的比率將會愈低。因此，在他們所建構的模式中，將b改成b_t，以用來尋求完全預購商店之最佳供貨時機與供貨量（註：b_t是取得該商品前所必須等待之時間長度的函數）。

在 Chen & Wu (1995)所建構的模式中，一個完全預購商店它具有下列的特徵：

(1).當一位潛在顧客有意願在一家完全預購商店購買一種商品時，供應者將會告知他，該商品將會在往後的一些時間才能被取得。

(2).當一位潛在顧客表明其需求意願，想到該商品無法馬上被取得時，他會詢問取得該商品的時間。

(3).該潛在顧客在考慮須等待取貨之時間長度後，會決定是否購買該商品。

基本上，在上述的特徵中，作者們對於商品的售價水準與顧客對該商品的需求率，在整個預購期間之每一個時點都是假設固定不變的。很明顯地，在售價水準是固定時，當一位潛在顧客到達一個完全預購商店並表明其需求意願後，其是

否願意訂購該商品是僅與其所必須等待取貨的時間長度有關。對於完全預購商品，因為顧客訂購商品的時點是必須先於取得該商品的時點；因此，顧客愈早訂購商品，其必須等待取貨的時間長度將會愈長，因而導致其訂購的意願會愈低。為了彌補此一缺失，本研究將考慮一個可以隨著時間點的不同而不同的價格函數。

如果價格水準可以隨著時間點的不同而不同，則顧客訂購商品的意願除了與其所必須等待取貨的時間長度有關外，價格水準也將會是一個很重要的考慮因素。如果商品之價格水準過高，潛在顧客將可能不會訂購；如果等待取貨的時間長度過長，潛在顧客亦將因其容忍度而可能放棄訂購的念頭。因此，本研究與上述相關文獻的主要不同處之一是，我們將顧客在預購期間各時點對於價格水準之期待的心理因素，納入製作數學模式中加以考慮。此外，當價格水準隨著時間點的不同而不同時，潛在顧客對於完全預購商品的需求率亦將隨之不同；這種將不同時點之不同需求率納入製作數學模式中加以考慮，是本研究與上述相關文獻的主要不同處之二。

對於一個完全預購商店，為了吸引更多的潛在顧客在預購期間訂購商品，商店對於其銷售的商品可以在不同的時點訂定出不同的價格水準；即可能會採取實質的價格優惠或變相折價的贈品方式等行銷策略，來誘以顧客提早訂購，以達到公司利潤或數量的預期目標。針對此種的行銷策略，一般商店的決策策略都是以二分法的方式處理：即在某臨界點（時間點或數量總數）之前訂購，將給予某固定的優惠；而在該臨界點之後訂購，就不再給予該優惠。這種優惠方式對於提高潛在顧客訂購商品之意願是有幫助的，但常會因為在臨界點前後之完全不同待遇而引起一些不必要的紛爭；此外，這種決策策略經常也不是利潤最大化的最佳決策，且該臨界點的決定仍值得討論。在此，我們將考慮一種連續的價格函數，它是潛在顧客在預購期間表明其需求意願之時點的函數。

依據靜態需求函數的假設，當商品之價格水準較低時，潛在顧客會增加其對商品的需求。因此，當價格水準隨著時間點的不同而不同時，將會影響潛在顧客對商品的需求率。本研究將考慮一個需求率函數，它是顧客訂購商品之時點的價格水準之函數，用以描述預購期間潛在顧客在當時點對商品的潛在需求率。此外，潛在顧客愈早訂購商品，其必須等待取貨的時間長度就會愈長，如此亦將會降低其訂購商品的意願；因此，當完全預購商品在不同時點訂定不同價格水準時，潛在顧客對於商品的訂購行為除了受當時點之價格水準的影響外，亦將同時受須等待取貨之時間長度的影響。因此，本研究是聚焦在潛在顧客對於完全預購商品的訂購是同時受「價格水準」與「須等待取貨之時間長度」之交互影響的決策問題。

當顧客對預購商品發生訂購之行為後，完全預購商店為了預防顧客訂購後不取貨而造成他日批量（或生產）貨品的損失，可採取事先收取貨款的部份比率金額或全部金額作為訂金。但不論採取何種方式的訂金，於預購時點對顧客所收取的金額若能做適當處理，則至供貨時點必然會有利益產生；因此，完全預購商店

對於每單位商品所得到的利潤已不再只是預購時的售價與批量購入時的成本之差，而是必須再包含因折現處理所產生的利益在內。在本研究中，我們將考慮在整個預購的銷售行為過程中，完全預購商店是採取事先收取商品之全部金額作為訂金，並將該收益作未來值之折現處理。

本研究所考慮的完全預購商品，其供貨是具有週期性的，且其週期長度是固定的，即它是在某一個固定時點供應貨品，在供貨前的預購期間則是完全接受訂購。然而，此最適的固定週期長度為何，必須事先加以決策。因此，如何決定出最佳的供貨週期長度及預購期間每一個時點的最佳價格水準函數，才能使完全預購商店在此預購期間之單位時間利潤為最大，則是本研究的主要目的。基於上述的假設與目的，本研究建構出一個可以具體討論的數學模式，並尋求其最佳的供貨週期長度及各時點的最佳價格函數；同時，更進一步探討所得到之最佳解的性質及其管理意涵。

貳、 符號與假設

一、符號與意義

本研究係考慮當完全預購商品在預購期間之每一個時點被預購的收益採取折現處理時，其供貨之訂價策略及週期控制模式；所使用的參數、決策變數及決策函數的符號、定義如下：

$p(t)$：顧客在預購期間之時點 t 預購商品時，該商品的價格水準；它是一個決策函數。亦即當顧客於預購期間之時點 t 預購商品時，預購商對顧客所收取的金額。

T：完全預購商品的供貨週期長度，它是一個決策變數。
完全預購商店在 $T, 2T, 3T, \dots, iT, \dots$ 時點供應商品，而潛在顧客之預購行為是發生在時間區間 $((i-1)T, iT]$ 內（$i = 1,2,\dots$）。以一個供貨循環週期 $(0, T]$ 而言，顧客之預購行為若是發生在 $(0, T]$ 內的某一時點 t，則該顧客必須等待 $T-t$ 的時間長度，才能取得該商品。

c：批量購入商品時，每單位商品的購入成本。（本研究假設已排除數量因素）

k：整備成本，即完全預購商店每批量一次貨品時的固定成本。

r：折現率（在本研究係指連續複利的名利率）。

$D(p(t))$：顧客在預購期間之時點 t 對商品的潛在需求率（potential demand rate），它是當時點之價格水準 $p(t)$ 的函數。

$\theta(T-t)$：潛在顧客在時間區間 $(0, T]$ 內之時點 t 進到預購商店並表明其需求意願時，於考慮須等待取貨的時間長度 $T-t$ 後，仍願意訂購的比率函數（ratio function）。

$Q(t)$：完全預購商品在預購期間之時點 t 的被訂購率，其中 $Q(t) = \theta(T-t) \cdot D(p(t))$。

二、基本假設

(一)、需求率函數：

本研究假設預購商品的價格水準 $p(t)$ 是預購期間 $(0,T]$ 內之時點 t 的函數。對固定的時點 t，商品的價格水準 $p(t)$ 愈大時，潛在顧客對商品的需求率會愈低；因此，顧客在時點 t 對商品的潛在需求率函數 $q(t)=D(p(t))$ 具有下列的性質：

$$D(p(t))=0,\quad \forall\ p(t)\geq p_m \text{ 且 } \frac{d\ D(p(t))}{d\ p(t)}<0,\quad \forall\ p(t)\in(0,p_m)$$

其中 p_m 為價格水準的上限，即顧客心中對於該商品所能接受的最大價格；當價格水準超過 p_m 時，則需求量為 0。為了模式求解的方便，對於潛在需求率函數我們作進一步地特殊化處理。假設潛在需求率函數 $D(p(t))$ 為價格水準 $p(t)$ 的線性遞減函數，即令 $D(p(t))=a+b\cdot p(t)$，其中 $a>0$。利用 $D(p_m)=0$，則我們可以得到

$$D(p(t))=\frac{a}{p_m}\cdot\left(p_m-p(t)\right),\quad c\leq p(t)\leq p_m \tag{2.1}$$

(二)、比率函數：

上述之需求率函數是在忽略「延遲取得商品」這項因素下所考慮的。當潛在顧客在時間區間 $(0,T]$ 內之時點 t 進到預購商店，且對於當時點之價格水準表明其需求意願時，則他必須等待的時間長度為 $T-t$，且在時點 T 才能取得該商品。此時，有些潛在顧客認為該等待的時間長度太長了，因而放棄預購；而其他的潛在顧客認為該等待的時間長度仍可接受而訂購。一般而言，當等待取貨的時間長度 $T-t$ 增加時，則潛在顧客願意訂購的比率會減小，即 $\theta(T-t)$ 為等待取貨之時間長度 $T-t$ 的遞減函數，且滿足 $0\leq\theta(T-t)\leq 1,\ \ \forall\ t\in(0,T],\ \ \theta(0)=1$；為了模式求解的方便，本研究假設潛在顧客在時點 t 願意等待取貨的比率函數 θ 為等待取貨之時間長度 $T-t$ 的指數遞減函數型態，即

$$\theta(T-t)=e^{-\lambda\cdot(T-t)},\quad \forall\ t\in(0,T] \tag{2.2}$$

式中常數 $\lambda>0$，λ 表示潛在顧客願意延遲取貨的忍耐度，當 λ 值愈大，表示其忍耐度愈低。

(三)、折現收益：

在一個循環供貨週期 $[0,T]$ 內之每一個時點，本研究假設完全預購商店對於其商品的被預購之收益，是考慮採取名利率為 r 的連續複利計息處理，以計算其未來值。

基於上述的三個基本假設，當潛在顧客在時間區間 $(0,T]$ 內的某時點 t 進到一個完全預購商店時，完全預購商品的被訂購率是同時受該顧客在時點 t 對商品的需求率函數 $D(p(t))$ 及取得商品前願意等待取貨的比率函數 $\theta(T-t)$ 之影響。很明顯地，當 $t=T$ 時，得 $Q(T)=D(p(T))$，此即為顧客對於商品的取得不須等待時

的潛在需求率。對固定的某時點 t，完全預購商品被預購的收益率為 $p(t)\cdot Q(t)=p(t)\cdot\theta(T-t)\cdot D(p(t))$，且此收益將被完全預購商店運用而產生利益。

參、 模式的建構與求解

一、 模式的建構

基於上面的符號意義與函數的假設，我們可以得到：完全預購商品在供貨週期$[0,T]$內被預購的收益之未來值總和為$\int_0^T p(t)\cdot\theta(T-t)\cdot D(p(t))\cdot e^{r\cdot(T-t)}\,dt$；且被預購之商品的總成本（含整備成本）為$\int_0^T c\cdot\theta(T-t)\cdot D(p(t))\,dt+k$。故完全預購商店在一個供貨週期$[0,T]$內，其預購商品被預購的總利潤為$\int_0^T \left(p(t)\cdot e^{r\cdot(T-t)}-c\right)\cdot\theta(T-t)\cdot D(p(t))\,dt-k$。因此，我們可以得到：完全預購商店在供貨週期$[0,T]$內之單位時間利潤為：

$$\frac{1}{T}\cdot\left\{\int_0^T \left(p(t)\cdot e^{r\cdot(T-t)}-c\right)\cdot\theta(T-t)\cdot D(p(t))\,dt-k\right\}。$$

完全預購商店之決策者的目標為：如何決定出最佳的供貨週期長度及預購期間每一個時點t之最佳價格水準函數，以尋求預購期間之單位時間的利潤最大化；因此，我們可得數學模式如下：

$$\underset{T,\,p(t)}{Max}\ \frac{1}{T}\cdot\left\{\int_0^T \left(p(t)\cdot e^{r\cdot(T-t)}-c\right)\cdot\theta(T-t)\cdot D(p(t))\,dt-k\right\} \tag{3.1}$$

式中T為決策變數，$p(t)$為t的決策函數。

二、 模式的求解

模式(3.1)是一個雙變量函數的極值問題。假設該模式的最佳解存在，且令$p^*(t)$為最佳價格函數，T^*為最佳供貨週期長度。為了方便此模式的求解，我們令$L(T,p(t))$為**模式(3.1)**的目標函數，即函數$L(T,p(t))$如下：

$$L(T,p(t))=\frac{1}{T}\cdot\left\{\int_0^T \left(p(t)\cdot e^{r\cdot(T-t)}-c\right)\cdot\theta(T-t)\cdot D(p(t))\,dt-k\right\}$$

首先，對固定的T值，將函數$L(T,p(t))$對$p(t)$作偏微分，得

$$\frac{\partial L(T,p(t))}{\partial p(t)}=\frac{1}{T}\cdot\int_0^T \left\{e^{r\cdot(T-t)}\cdot D(p(t))+\left(p(t)\cdot e^{r\cdot(T-t)}-c\right)\cdot\frac{d\,D(p(t))}{d\,p(t)}\right\}\cdot\theta(T-t)\,dt$$

其次，對固定的$p(t)$，將函數$L(T,p(t))$對T作偏微分，得

$$\frac{\partial L(T,p(t))}{\partial T}$$

$$= -\frac{1}{T^2} \cdot \left\{ \int_0^T \left(p(t) \cdot e^{r \cdot (T-t)} - c \right) \cdot \theta(T-t) \cdot D(p(t))\, dt - k \right\}$$

$$+ \frac{1}{T} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \left(p(T) - c \right) \cdot \theta(0) \cdot D(p(T)) \\ + \int_0^T D(p(t)) \cdot \left[p(t) \cdot e^{r \cdot (T-t)} \cdot r \cdot \theta(T-t) + \left(p(t) \cdot e^{r \cdot (T-t)} - c \right) \cdot \frac{d\,\theta(T-t)}{d\,T} \right] dt \end{array} \right\}$$

因為 $p^*(t)$ 與 T^* 為**模式(3.1)**的最佳解，所以此兩者必同時滿足下列之必要條件：

$$\left. \frac{\partial L(T, p(t))}{\partial p(t)} \right|_{\substack{p(t)=p^*(t) \\ T=T^*}} = 0 \tag{3.2}$$

$$\left. \frac{\partial L(T, p(t))}{\partial T} \right|_{\substack{p(t)=p^*(t) \\ T=T^*}} = 0 \tag{3.3}$$

由(3.2)式，我們可以得到

$$e^{r \cdot (T^*-t)} \cdot D(p^*(t)) + \left(p^*(t) \cdot e^{r \cdot (T^*-t)} - c \right) \cdot \left(\left. \frac{d\,D(p(t))}{d\,p(t)} \right|_{p(t)=p^*(t)} \right) = 0, \quad \forall\, t \in [0, T^*] \tag{3.4}$$

由(3.3)式，我們可以得到

$$\int_0^{T^*} \left(p^*(t) \cdot e^{r \cdot (T^*-t)} - c \right) \cdot D(p^*(t)) \cdot \left[\theta(T^*-t) - T^* \cdot \left(\left. \frac{d\,\theta(T-t)}{d\,T} \right|_{T=T^*} \right) \right] dt$$

$$- T^* \cdot \int_0^{T^*} D(p^*(t)) \cdot p^*(t) \cdot e^{r \cdot (T^*-t)} \cdot r \cdot \theta(T^*-t)\, dt$$

$$= T^* \cdot \left(p^*(T^*) - c \right) \cdot \theta(0) \cdot D(p^*(T^*)) + k \tag{3.5}$$

（關於(3.4)式及(3.5)式之推導，參見附錄 A）

因此，**模式(3.1)**的最佳解 $p^*(t)$ 與 T^* 必同時滿足(3.4)式及(3.5)式。

由(2.1)式，將 $D(p^*(t)) = \frac{a}{p_m} \cdot \left(p_m - p^*(t) \right)$ 及 $\left. \frac{d\,D(p(t))}{d\,p(t)} \right|_{p(t)=p^*(t)} = -\frac{a}{p_m}$ 代入(3.4)式，

得

$$e^{r \cdot (T^*-t)} \cdot \frac{a}{p_m} \cdot \left(p_m - p^*(t) \right) + \left(p^*(t) \cdot e^{r \cdot (T^*-t)} - c \right) \cdot \left(-\frac{a}{p_m} \right) = 0$$

經化簡，可得

$$p_m - p^*(t) - p^*(t) + c \cdot e^{-r \cdot (T^*-t)} = 0$$

因此，可以得到最佳價格函數為

$$p^*(t)=\frac{1}{2}\cdot\left(p_m+c\cdot e^{-r\cdot(T^*-t)}\right),\quad \forall\, t\in[0,T^*] \tag{3.6}$$

此時，並可得到在最佳價格控制下之最佳潛在需求率函數為

$$q^*(t)=D(p^*(t))=\frac{a}{2p_m}\cdot\left(p_m-c\cdot e^{-r\cdot(T^*-t)}\right),\quad \forall\, t\in[0,T^*] \tag{3.7}$$

由(3.6)式及(3.7)式可知，$p^*(t)$ 與 $q^*(t)$ 均為時點 t 的函數，且 $p^*{}'(t)>0$、$q^*{}'(t)<0$。再將(3.6)式及(3.7)式代入(3.5)式，得

$$\int_0^{T^*}(p_m\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}-c)\cdot(p_m-c\cdot e^{-r\cdot(T^*-t)})\cdot\left[\theta(T^*-t)-T^*\cdot\left(\left.\frac{d\,\theta(T-t)}{d\,T}\right|_{T=T^*}\right)\right]dt$$

$$-rT^*\cdot\int_0^{T^*}(p_m-c\cdot e^{-r\cdot(T^*-t)})\cdot(p_m\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}+c)\cdot\theta(T^*-t)\,dt$$

$$=T^*\cdot\left(p_m-c\right)^2\cdot\theta(0)+\frac{4kp_m}{a} \tag{3.8}$$

（關於(3.8)式之推導，參見附錄 B）

由(3.8)式可知，最佳供貨週期長度 T^* 依比率函數 θ 之型態而定。當利用(2.2)式所假設的指數函數代入(3.8)式後，則得 T^* 必須滿足下式：

$$\frac{p_m^2\cdot(1+\lambda T^*-rT^*)}{r-\lambda}\cdot\left(e^{(r-\lambda)\cdot T^*}-1\right)-\frac{2cp_m\cdot(1+\lambda T^*)}{\lambda}\cdot\left(1-e^{-\lambda\cdot T^*}\right)$$

$$+\frac{c^2\cdot(1+\lambda T^*+rT^*)}{r+\lambda}\cdot\left(1-e^{-(r+\lambda)\cdot T^*}\right)=T^*\cdot\left(p_m-c\right)^2+\frac{4kp_m}{a} \tag{3.9}$$

此時，可得最佳訂購數量 Q^* 如下：

$$Q^*=\frac{a}{2p_m}\cdot\left(\frac{p_m}{\lambda}\cdot(1-e^{-\lambda\cdot T^*})-\frac{c}{r+\lambda}\cdot(1-e^{-(r+\lambda)\cdot T^*})\right) \tag{3.10}$$

（關於(3.9)式及(3.10)式之推導，參見附錄 C）

肆、　最佳解之管理意涵及分析

由(3.9)式可知，最佳供貨週期長度 T^* 之值是隨著參數 c、k、a、p_m、r 及 λ 之值的不同而異；且由(3.6)式可知，在預購期間 $(0,T^*]$ 內每一個時點 t 之最佳價格函數 $p^*(t)$ 之值，亦隨著這些參數之值的不同而不同。在這些參數中，參數 c、k 為完全預購商店內部的因素，其值可根據購貨實務而準確估計；參數 a、p_m 及 λ 則為完全預購商店外部的因素，它們是依顧客對該類型商品的偏好程度及等待的耐度而定，其值可以透過市場調查或根據歷史資料而得估計值；而參數 r 則為市場的利率水準。

在本節，我們將分別以下列幾個小節來加以探討說明。一、最佳解的管理意

涵；二、需求率函數及比率函數的參數分析；三、忽略折現因素時的特殊解及參數分析。

一、 最佳解的管理意涵

完全預購商品的特徵是：顧客無法於訂購商品時立即享受到獲得該商品的滿足感。因此，當潛在顧客於表明其對商品的需求但又無法立即取得該商品時，其是否願意預購，是與其所必須等待取貨的耐度有關。在一個競爭激烈的消費市場裡，完全預購商品之供應商店必須要有一些刺激潛在顧客對該商品預購的誘因，以促使潛在顧客願意事先訂購該商品。由(3.9)式可知，當相關的參數資訊確定後，供貨時機便已確定；此外，由(3.6)式可知，最佳價格函數 $p^*(t)$ 是顧客訂購商品之時點 t 的遞增函數，即當須等待取貨的時間長度愈長（或潛在顧客愈早訂購商品）時，完全預購商品的價格水準會愈低。因此，在本研究所建構的模式中，可以採用來刺激潛在顧客對商品預購的誘因為：潛在顧客在表明其需求意願之當時點的價格水準 $p^*(t)$ 。此意謂著：當潛在顧客愈早訂購商品時，該預購商品的價格水準會較低，如此便可以藉由價格因素來緩和因為必須等待取貨之時間因素的衝擊，而提高商品的被訂購率。進一步地，由(3.6)式亦可知，最佳價格函數的最小值與最大值分別為 $\frac{1}{2}\cdot\left(p_m + c\cdot e^{-r\cdot T^*}\right)$ 及 $\frac{1}{2}\cdot\left(p_m + c\right)$，它們分別為開始預購之時點及供貨之時點的價格水準。

完全預購商店之供貨的特徵是：當潛在顧客於預購期間 $(0,T^*]$ 內對當時點之價格水準的商品表明其需求意願時，完全預購商店是無法立即提供該潛在顧客所需求的商品，而是必須由顧客採取事先訂購的方式處理，之後再於時點 T^* 供應商品。當完全預購商店於預購時點所收取的收益考慮折現處理的情況下，預購商品之最佳供貨時機 T^* 是由(3.9)式所唯一決定。因此，對於完全預購商店之決策者，他必須事先依據相關的參數評估值，依(3.9)式而決定出最佳供貨時機；然後，便可依(3.6)式確定出預購期間每一個時點 t 的最佳價格函數 $p^*(t)$ ；再依(3.10)式確定出最佳總訂購數量 Q^* ；最後，付諸實行。

二、 需求率函數及比率函數的參數分析

在本研究中，我們所考慮的潛在需求率函數 $D(p(t))$ 是顧客訂購商品之當時點的價格水準 $p(t)$ 的線性遞減函數；其中參數 a 為需求率的上限，參數 p_m 表示價格的上限。這兩個參數之值的大小是依顧客對商品之偏好程度而定，它們影響著需求函數曲線，進而影響價格水準及需求量。很明顯地，$D(p(t))$ 是參數 a 及 p_m 的遞增函數。

其次，我們使用比率函數 θ 來描述顧客對於在取得預購商品前之等待的意願比率。更進一步地，我們假設此比率函數的型態是等待時間長度 $T-t$ 的一個指數函數，且它與 λ 值的大小有關。很明顯地，比率函數 $\theta(T-t)$ 為 $T-t$ 之凹口向上的遞減函數，即比率函數的值隨著等待時間長度的增大，初期快速遞減而後緩

慢遞減（如**圖 1** 所示），這也正是大部份顧客的正常心態反應。在未考慮價格因素的情況下，顧客對於其所需求的商品，當不用等待時，就會馬上購買；但當需要等待時，就會遲疑而使得訂購願意降低。當須等待的時間長度不長時，便會快速尋求其它商店的機會而流失較快；但當須等待的時間長度稍長時，多等待或少等待一個單位時間，其影響不大。因此，以指數函數型態來描述顧客願意等待取貨的比率是相當合理的。此外，在同一個固定的時點，當λ值愈大，比率函數θ之值會愈小；即λ值愈大，顧客願意等待取貨的耐度愈低；此表示對同一個等待時間長度，當λ值愈大，願意預購的比率就會愈低。

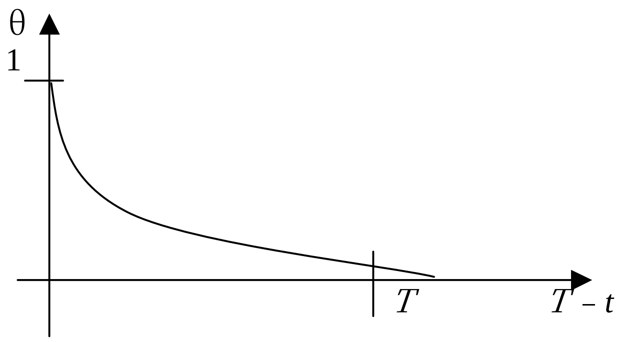

圖 1：顧客願意訂購的比率函數 θ 與等待時間長度 T – t 之關係

三、 忽略折現因素的特殊解

雖然本研究主要是聚焦在對預購商品之收益採取折現方式的處理上；然而，當完全預購商店對於其商品在被預購時點未事先向顧客收取金額，或對於所收取的金額不作任何折現方式的處理時（即取$r=0$），則由(3.6)式可得最佳價格函數為：

$$p^*(t)=\frac{1}{2}\cdot\left(p_m+c\right),\quad \forall\, t\in[0,T^*] \tag{4.1}$$

此即在整個預購期間，商品之最佳價格為一個常數函數，且為「商品之需求最高價與商品成本之和的一半」。此外，由(3.9)式可得最佳供貨週期長度T^*必須滿足下式：

$$(1+\lambda T^*)\cdot e^{-\lambda\cdot T^*}=1-\frac{4\lambda k p_m}{a\cdot(p_m-c)^2} \tag{4.2}$$

（註：(4.2)式之解是一個特殊方程式，稱為 Lambert W function。）

此時之最佳潛在需求率函數為：

$$q^*(t)=D(p^*(t))=\frac{a}{2p_m}\cdot\left(p_m-c\right),\quad \forall\, t\in[0,T^*] \tag{4.3}$$

且最佳總訂購數量Q^*如下：

$$Q^*=\frac{a}{2\lambda p_m}\cdot(p_m-c)\cdot(1-e^{-\lambda\cdot T^*}) \tag{4.4}$$

關於此特殊解，對於固定的某時點t，我們可以得到 $p^*(t)$ 及T^*分別對各參

數的敏感度分析，如表 1 所示：

表 1：最佳解的敏感度分析（當 $r = 0$ 時）

參數 決策變數或函數		c	k	p_m	a	λ
T^*	一階偏導數	＋	＋	－	－	#
$p^*(t)$	一階偏導數	＋	X	＋	X	X

註：「#」，表示須視其它參數的相對值大小而定。

由**表 1** 可知，最佳價格函數僅為商品之單位成本及需求函數之價格上限的增函數。最佳供貨週期長度隨著成本（商品之單位成本及整備成本）的增加而增長；而隨著需求函數之價格上限及需求上限的增加而縮短。至於最佳供貨週期長度隨著顧客等待取貨的耐度之變化，則須視其它參數之相對值而定。

伍、　結論

本研究是在下列三個基本假設下，來探討完全預購商品的最佳訂價策略與最佳供貨時機：(1)顧客在訂購商品時，完全預購商店對顧客事先收取該被預購商品的全部金額，並作產生未來值之利益的處理；(2)顧客在預購期間對於預購商品的潛在需求率函數，是當時點之價格水準的線性遞減函數；(3)顧客對於取得商品前之等待意願的比率函數，是等待時間長度的指數遞減函數。首先，在此三者的假設下，完全預購商店為了追求其在預購期間之單位時間利潤最大化，則其最佳供貨時機由(3.9)式所唯一決定；且預購期間每一個時點之最佳價格函數為(3.6)式，最佳總訂購數量為(3.10)式。

由所得到的最佳解，我們可歸納本研究的結論及其管理意涵如下：

1. 完全預購商店在預購期間之最佳價格函數的訂定策略應為「在整個預購期間，顧客愈早訂購，商品之價格水準愈低」。此結果對於預購商品的行銷決策者，可以提供給顧客在價格方面的實質優惠之行銷策略；這也說明了許多實務上之預購商品的行銷活動是施以實質價格優惠的策略之原因。
2. 在預購期間之每一個時點的最佳價格函數是直接與商品之需求率函數的價格上限、單位成本、利率水準及最佳供貨週期長度有關；且最佳供貨週期長度則依完全預購商店所面對的內、外在參數之值的不同變化而異。一旦相關的參數值確定後，便可得到最佳供貨時點及最佳價格函數。
3. 在本研究中，我們是聚焦在完全預購商店事先對顧客收取預購商品之全部金額，並作未來值之利益的處理。然而，當完全預購商店之決策者對於折現因素不在意時，則其最佳供貨時機由(4.2)式所決定，且最佳價格函數為(4.1)式、最佳總訂購數量為(4.4)式。此時之最佳價格函數是一個與訂購之時點無關的常數，即為「商品需求函數之價格上限與商品單位成本之和的一半」；此結果說明了實務上許多預購商品之價格水準始終維持一致的理論。

對於一個完全預購商店之決策團隊成員，本研究的結果提供了預購商品的最佳供貨時機、訂價策略、行銷活動及銷售實務的一種方針。首先，對於供貨決策者，在內、外在參數資訊評估確定後，便可直接地決定出最佳供貨時機；第二，對於價格制訂決策者，一旦最佳供貨時機確定後，便可決定出最佳的價格函數；第三，對於行銷策略決策者，可藉由所制訂出的最佳價格函數，而制訂出行銷的策略；本研究結果顯示，當考慮折現收益時，採實質價格優惠的行銷策略，顯然是一種最佳的途徑；第四，對於商品批量決策者，在最佳價格控制下，可藉由最佳總訂購數量去從事預先的批量準備活動，以便能在供貨時點準時供貨，達到供貨的預期目標；最後，對於接受預購的門市人員，可依最佳價格函數而得到一個明確的價格，當顧客進來並表明其需求意願時，便可立即告知當時點的價格水準，不會造成困擾。

參考文獻

Caine G. J. and Plaut R. H. (1976), Optimal inventory policy when stockouts alter demand, *Nav. Res. Log. Quarterly, Vol. 23,* pp. 1-13.

Maxwell W. L. and Muckstadt J. A. (1985), Establishing consistent and realistic reorder intervals in production distribution systems, *Operations Research, Vol. 33,* pp. 1316-1341.

Montgomery D. C., Bazaraa M. S. and Keswani A. K. (1973), Inventory models with a mixture of backorders and lost sales, *Nav. Res. Log. Quarterly, Vol. 20,* pp. 255-263.

Silver E. A. (July-Aug. 1981), Operations Research in inventory management: A review and critique, *Operations Research, Vol. 29, No. 4,* pp. 628-645.

Tinarelli G. U. (1983), Inventory control: Models and problems, *European Journal of Operations Research, Vol. 14,* pp.1-12.

Chen M. S. and Wu J. S. (1995), The best opportunity and quantity of complete pre-ordered merchandise supply, *Journal of Information & Optimization Sciences, Vol. 16, No. 2,* pp. 287-293.

附錄

附錄 A：關於(3.4)式與(3.5)式的推導

因為 $\left.\dfrac{\partial L(T,p(t))}{\partial p(t)}\right|_{\substack{p(t)=p^*(t)\\ T=T^*}}=0$，即

$$\frac{1}{T^*}\cdot\int_0^{T^*}\left\{\begin{aligned}&e^{r\cdot(T^*-t)}\cdot D(p^*(t))\\&+\left(p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}-c\right)\cdot\left(\left.\frac{d\,D(p(t))}{d\,p(t)}\right|_{p(t)=p^*(t)}\right)\end{aligned}\right\}\cdot\theta(T^*-t)\,dt=0$$

得 $e^{r\cdot(T^*-t)}\cdot D(p^*(t))+\left(p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}-c\right)\cdot\left(\left.\dfrac{d\,D(p(t))}{d\,p(t)}\right|_{p(t)=p^*(t)}\right)=0$，　$\forall\, t\in[0,T^*]$。

因為 $\left.\dfrac{\partial L(T,p(t))}{\partial T}\right|_{\substack{p(t)=p^*(t)\\ T=T^*}}=0$，即

$$-\frac{1}{T^{*2}}\cdot\left\{\int_0^{T^*}\left(p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}-c\right)\cdot\theta(T^*-t)\cdot D(p^*(t))\,dt-k\right\}$$
$$+\frac{1}{T^*}\cdot\left\{\begin{aligned}&\left(p^*(T^*)-c\right)\cdot\theta(0)\cdot D(p^*(T^*))\\&+\int_0^{T^*}D(p^*(t))\cdot\left[\begin{aligned}&p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}\cdot r\cdot\theta(T^*-t)\\&+\left(p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}-c\right)\cdot\left(\left.\frac{d\,\theta(T-t)}{d\,T}\right|_{T=T^*}\right)\end{aligned}\right]dt\end{aligned}\right\}=0$$

$$\Rightarrow\int_0^{T^*}\left(p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}-c\right)\cdot\theta(T^*-t)\cdot D(p^*(t))\,dt-k$$
$$-T^*\cdot\left(p^*(T^*)-c\right)\cdot\theta(0)\cdot D(p^*(T^*))$$
$$-T^*\cdot\int_0^{T^*}D(p^*(t))\cdot\left[\begin{aligned}&p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}\cdot r\cdot\theta(T^*-t)\\&+\left(p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}-c\right)\cdot\left(\left.\frac{d\,\theta(T-t)}{d\,T}\right|_{T=T^*}\right)\end{aligned}\right]dt=0$$

$$\Rightarrow\int_0^{T^*}\left(p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}-c\right)\cdot\theta(T^*-t)\cdot D(p^*(t))\,dt$$
$$-T^*\cdot\int_0^{T^*}D(p^*(t))\cdot\left[\begin{aligned}&p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}\cdot r\cdot\theta(T^*-t)\\&+\left(p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}-c\right)\cdot\left(\left.\frac{d\,\theta(T-t)}{d\,T}\right|_{T=T^*}\right)\end{aligned}\right]dt$$
$$=T^*\cdot\left(p^*(T^*)-c\right)\cdot\theta(0)\cdot D(p^*(T^*))+k$$

$$\Rightarrow \int_0^{T^*} \left(p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)} - c\right)\cdot \theta(T^*-t)\cdot D(p^*(t))\, dt$$

$$- T^* \cdot \int_0^{T^*} D(p^*(t))\cdot p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}\cdot r\cdot \theta(T^*-t)\, dt$$

$$- T^* \cdot \int_0^{T^*} D(p^*(t))\cdot \left(p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)} - c\right)\cdot \left(\left.\frac{d\,\theta(T-t)}{d\,T}\right|_{T=T^*}\right) dt$$

$$= T^*\cdot\left(p^*(T^*) - c\right)\cdot\theta(0)\cdot D(p^*(T^*)) + k$$

$$\Rightarrow \int_0^{T^*} \left(p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)} - c\right)\cdot D(p^*(t))\cdot\left[\theta(T^*-t) - T^*\cdot\left(\left.\frac{d\,\theta(T-t)}{d\,T}\right|_{T=T^*}\right)\right] dt$$

$$- T^* \cdot \int_0^{T^*} D(p^*(t))\cdot p^*(t)\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}\cdot r\cdot \theta(T^*-t)\, dt$$

$$= T^*\cdot\left(p^*(T^*) - c\right)\cdot\theta(0)\cdot D(p^*(T^*)) + k$$

附錄 B：關於(3.8)式的推導

將(3.6)式及(3.7)式代入(3.5)式，得

$$\int_0^{T^*}\left(\frac{(p_m + c\cdot e^{-r\cdot(T^*-t)})}{2}\cdot e^{r\cdot(T^*-t)} - c\right)\cdot\frac{a\cdot(p_m - c\cdot e^{-r\cdot(T^*-t)})}{2p_m}\cdot\begin{bmatrix}\theta(T^*-t)\\ -T^*\cdot\left(\left.\frac{d\,\theta(T-t)}{d\,T}\right|_{T=T^*}\right)\end{bmatrix} dt$$

$$- T^*\cdot\int_0^{T^*}\frac{a\cdot(p_m - c\cdot e^{-r\cdot(T^*-t)})}{2p_m}\cdot\frac{(p_m + c\cdot e^{-r\cdot(T^*-t)})}{2}\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}\cdot r\cdot\theta(T^*-t)\, dt$$

$$= T^*\cdot\left(\frac{(p_m + c\cdot e^{-r\cdot(T^*-T^*)})}{2} - c\right)\cdot\theta(0)\cdot\frac{a\cdot(p_m - c\cdot e^{-r\cdot(T^*-T^*)})}{2p_m} + k$$

$$\Rightarrow \int_0^{T^*}\left(\frac{(p_m\cdot e^{r\cdot(T^*-t)} + c)}{2} - c\right)\cdot\frac{a\cdot(p_m - c\cdot e^{-r\cdot(T^*-t)})}{2p_m}\cdot\begin{bmatrix}\theta(T^*-t)\\ -T^*\cdot\left(\left.\frac{d\,\theta(T-t)}{d\,T}\right|_{T=T^*}\right)\end{bmatrix} dt$$

$$- T^*\cdot\int_0^{T^*}\frac{a\cdot(p_m - c\cdot e^{-r\cdot(T^*-t)})}{2p_m}\cdot\frac{(p_m\cdot e^{r\cdot(T^*-t)} + c)}{2}\cdot r\cdot\theta(T^*-t)\, dt$$

$$= T^*\cdot\left(\frac{(p_m + c}{2} - c\right)\cdot\theta(0)\cdot\frac{a\cdot(p_m - c)}{2p_m} + k$$

$$\Rightarrow \int_0^{T^*} \left(\frac{(p_m \cdot e^{r\cdot(T^*-t)} - c)}{2} \right) \cdot \frac{a \cdot (p_m - c \cdot e^{-r\cdot(T^*-t)})}{2p_m} \cdot \begin{bmatrix} \theta(T^*-t) \\ -T^* \cdot \left(\left. \dfrac{d\,\theta(T-t)}{d\,T} \right|_{T=T^*} \right) \end{bmatrix} dt$$

$$-T^* \cdot \int_0^{T^*} \frac{a \cdot (p_m - c \cdot e^{-r\cdot(T^*-t)})}{2p_m} \cdot \frac{(p_m \cdot e^{r\cdot(T^*-t)} + c)}{2} \cdot r \cdot \theta(T^*-t)\, dt$$

$$= T^* \cdot \left(\frac{(p_m - c}{2} \right) \cdot \theta(0) \cdot \frac{a \cdot (p_m - c)}{2p_m} + k$$

$$\Rightarrow \frac{a}{4p_m} \cdot \int_0^{T^*} (p_m \cdot e^{r\cdot(T^*-t)} - c) \cdot (p_m - c \cdot e^{-r\cdot(T^*-t)}) \cdot \begin{bmatrix} \theta(T^*-t) \\ -T^* \cdot \left(\left. \dfrac{d\,\theta(T-t)}{d\,T} \right|_{T=T^*} \right) \end{bmatrix} dt$$

$$-\frac{raT^*}{4p_m} \cdot \int_0^{T^*} (p_m - c \cdot e^{-r\cdot(T^*-t)}) \cdot (p_m \cdot e^{r\cdot(T^*-t)} + c) \cdot \theta(T^*-t)\, dt$$

$$= \frac{aT^*}{4p_m} \cdot (p_m - c)^2 \cdot \theta(0) + k$$

$$\Rightarrow \int_0^{T^*} (p_m \cdot e^{r\cdot(T^*-t)} - c) \cdot (p_m - c \cdot e^{-r\cdot(T^*-t)}) \cdot \left[\theta(T^*-t) - T^* \cdot \left(\left. \frac{d\,\theta(T-t)}{d\,T} \right|_{T=T^*} \right) \right] dt$$

$$-rT^* \cdot \int_0^{T^*} (p_m - c \cdot e^{-r\cdot(T^*-t)}) \cdot (p_m \cdot e^{r\cdot(T^*-t)} + c) \cdot \theta(T^*-t)\, dt$$

$$= T^* \cdot (p_m - c)^2 \cdot \theta(0) + \frac{4kp_m}{a}$$

附錄 C：關於(3.9)式與(3.10)式的推導

利用(2.4)式，將 $\theta(T^*-t) = e^{-\lambda\cdot(T^*-t)}$ 及 $\left. \dfrac{d\,\theta(T-t)}{d\,T} \right|_{T=T^*} = e^{-\lambda\cdot(T^*-t)} \cdot (-\lambda)$ 代入(3.8)式，

得

$$\int_0^{T^*} (p_m \cdot e^{r\cdot(T^*-t)} - c) \cdot (p_m - c \cdot e^{-r\cdot(T^*-t)}) \cdot \left[e^{-\lambda\cdot(T^*-t)} - T^* \cdot e^{-\lambda\cdot(T^*-t)} \cdot (-\lambda) \right] dt$$

$$-rT^* \cdot \int_0^{T^*} (p_m - c \cdot e^{-r\cdot(T^*-t)}) \cdot (p_m \cdot e^{r\cdot(T^*-t)} + c) \cdot e^{-\lambda\cdot(T^*-t)}\, dt$$

$$= T^* \cdot (p_m - c)^2 \cdot 1 + \frac{4kp_m}{a}$$

$$\Rightarrow (1+\lambda\cdot T^*)\cdot\int_0^{T^*}(p_m\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}-c)\cdot(p_m-c\cdot e^{-r\cdot(T^*-t)})\cdot e^{-\lambda\cdot(T^*-t)}\,dt$$

$$-rT^*\cdot\int_0^{T^*}(p_m-c\cdot e^{-r\cdot(T^*-t)})\cdot(p_m\cdot e^{r\cdot(T^*-t)}+c)\cdot e^{-\lambda\cdot(T^*-t)}\,dt$$

$$=T^*\cdot(p_m-c)^2+\frac{4kp_m}{a}$$

$$\Rightarrow\left(1+\lambda\cdot T^*\right)\cdot\int_0^{T^*}\left(p_m^2\cdot e^{(r-\lambda)\cdot(T^*-t)}-2cp_m\cdot e^{-\lambda\cdot(T^*-t)}+c^2\cdot e^{-(r+\lambda)\cdot(T^*-t)}\right)dt$$

$$-rT^*\cdot\int_0^{T^*}\left(p_m^2\cdot e^{(r-\lambda)\cdot(T^*-t)}-c^2\cdot e^{-(r+\lambda)\cdot(T^*-t)}\right)dt=T^*\cdot(p_m-c)^2+\frac{4kp_m}{a}$$

$$\Rightarrow\left(1+\lambda T^*-rT^*\right)\cdot\int_0^{T^*}\left(p_m^2\cdot e^{(r-\lambda)\cdot(T^*-t)}\right)dt-\left(1+\lambda T^*\right)\cdot\int_0^{T^*}\left(2cp_m\cdot e^{-\lambda\cdot(T^*-t)}\right)dt$$

$$+\left(1+\lambda T^*+rT^*\right)\cdot\int_0^{T^*}\left(c^2\cdot e^{-(r+\lambda)\cdot(T^*-t)}\right)dt=T^*\cdot(p_m-c)^2+\frac{4kp_m}{a}$$

$$\Rightarrow\left(1+\lambda T^*-rT^*\right)\cdot\frac{p_m^2}{r-\lambda}\cdot\left(e^{(r-\lambda)\cdot T^*}-1\right)-\left(1+\lambda T^*\right)\cdot\frac{2cp_m}{\lambda}\cdot\left(1-e^{-\lambda\cdot T^*}\right)$$

$$+\left(1+\lambda T^*+rT^*\right)\cdot\frac{c^2}{r+\lambda}\cdot\left(1-e^{-(r+\lambda)\cdot T^*}\right)=T^*\cdot(p_m-c)^2+\frac{4kp_m}{a}$$

$$\Rightarrow\frac{p_m^2\cdot(1+\lambda T^*-rT^*)}{r-\lambda}\cdot\left(e^{(r-\lambda)\cdot T^*}-1\right)-\frac{2cp_m\cdot(1+\lambda T^*)}{\lambda}\cdot\left(1-e^{-\lambda\cdot T^*}\right)$$

$$+\frac{c^2\cdot(1+\lambda T^*+rT^*)}{r+\lambda}\cdot\left(1-e^{-(r+\lambda)\cdot T^*}\right)=T^*\cdot(p_m-c)^2+\frac{4kp_m}{a}$$

此時得最佳訂購數量Q^*如下：

$$Q^*=\int_0^{T^*}Q(t)\,dt$$

$$=\int_0^{T^*}D(p^*(t))\cdot\theta(T^*-t)\,dt$$

$$=\int_0^{T^*}\frac{a}{2p_m}\cdot\left(p_m-c\cdot e^{-r\cdot(T^*-t)}\right)\cdot e^{-\lambda\cdot(T^*-t)}\,dt$$

$$=\frac{a}{2p_m}\cdot\int_0^{T^*}\left(p_m\cdot e^{-\lambda\cdot(T^*-t)}-c\cdot e^{-(r+\lambda)\cdot(T^*-t)}\right)dt$$

$$=\frac{a}{2p_m}\cdot\left(\frac{p_m}{\lambda}\cdot(1-e^{-\lambda\cdot T^*})-\frac{c}{r+\lambda}\cdot(1-e^{-(r+\lambda)\cdot T^*})\right)$$

The Pricing Strategy and Period Control of Complete Pre-Ordered Merchandise Supply under Discounted Revenue

Fu-Chien Tsai*

Abstract

This study focuses on the pricing strategy and period control of complete pre-ordered merchandise.　The supply period length and the price level at each point in time during the pre-ordered period are decision variables.　When customers step into a complete pre-ordered store at a certain point in time during the pre-ordered period of merchandise, they will review the merchandise and consider the demands based on the price level at that point in time.　However, after declaring the intension to purchase the merchandise, the store assistant informs that the merchandise will not be available for a period of time.　The assumptions in this study are: (1) the demand rate of merchandise for potential customers is a linear decreasing function of price level at that point in time; (2) the rate for the customers' willings to pre-order is an exponential decreasing function of the waiting time length for taking merchandise; (3) the revenue for customers' pre-ordering at each point in time are processed by discounted by the complete pre-ordered store (consider the future value with continuous compound interest).　Based on the assumptions, we constructed a mathematical model that is concrete to discuss.　The main part of this study is how to determine the optimal supply period length and the optimal price level at each point in time during the pre-ordered period of merchandise in order to maximize the unit time profit for the complete pre-ordered store. Furthermore, we discussed the characteristics of optimal solutions in order to provide a reference for marketing practice.

Keywords: complete pre-ordered; pricing strategy; discounted revenue; period control

* Instructor, Department of Business Administration, Meiho Institute of Technology